

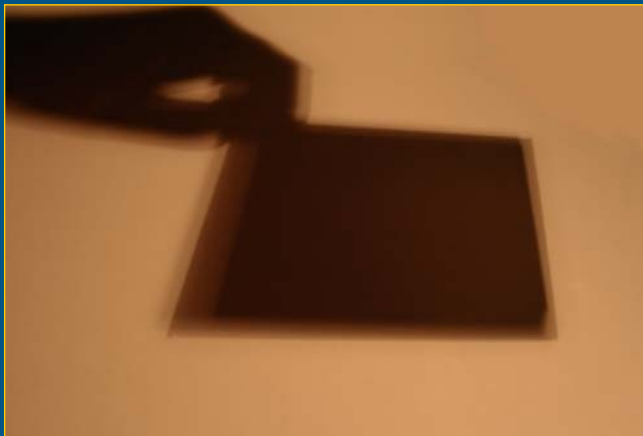
PIERRE AUDIN

GUILLAUME REULLER

Département de mathématiques  
du Palais de la découverte

FORMES  
MATHÉMATIQUES

## D'où viennent ces ombres ?

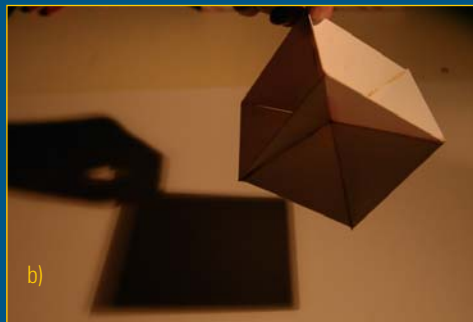
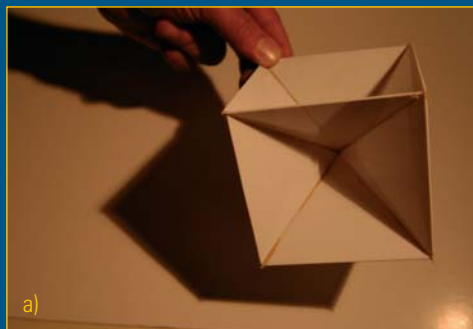


Voici deux ombres obtenues en éclairant un seul et même objet.

Quelle forme mathématique peut se projeter ainsi ?  
Est-elle unique ?

## Le faux cube

Les ombres de la page précédente ressemblent à un hexagone et un carré. Quelle est la forme mathématique qui peut projeter l'ombre d'un hexagone ou d'un carré selon la direction suivant laquelle on l'éclaire ? Peut-être pensez-vous à un cube... et vous avez raison ! Mais ici, ce n'est pas un cube qui a donné ces deux projections mais un « faux » cube. Il s'agit d'une surface obtenue en plaçant 12 triangles isocèles identiques de façon à joindre les arêtes d'un cube à son centre.



Les figures ci-dessus permettent de convaincre les plus sceptiques : on peut vérifier que l'objet que l'on vient de décrire se projette en un hexagone (fig. a) ou un carré (fig. b).

Les ombres associées à cet objet sont les mêmes que celles que l'on obtient avec un cube. Les plus lumineux d'entre vous rétorqueront peut-être que l'ombre d'un cube peut aussi être un triangle. Nous leur répondrons que c'est également le cas pour notre « faux » cube (ce qu'illustre la figure c)).

En fait, un rayon lumineux qui tombe sur notre objet n'est pas arrêté par un carré, comme il le serait sur le cube, mais par un des triangles. En termes d'ombre, le résultat est le même. Cela explique pourquoi notre « faux » cube projette les mêmes figures géométriques que le vrai.

On peut donc associer à deux objets différents (ici un cube et un « faux » cube) les mêmes ombres, obtenues en éclairant cet objet suivant toutes les directions possibles (ici des triangles, des hexagones ou des carrés). Impossible d'identifier formellement un objet uniquement en observant les ombres qu'il projette : il restera toujours au moins l'ombre d'un doute.

Nous pourrions d'ailleurs trouver d'autres objets dont les ombres sont des carrés, des hexagones ou des triangles. Il suffit d'ajouter un carré sur l'une des faces du « faux » cube (dont une partie ressemblera à une pyramide égyptienne) pour en construire un.

Parmi tous ces objets projetant les mêmes ombres dans toutes les directions, est-ce que vous pouvez en trouver un qui utilise moins de matière que notre « faux » cube ?

P. A., G. R.

