

DESTINATION LUNE

Liens avec les programmes scolaires
Proposition d'exercices pour les élèves et correction
Professeur(e) de collège



Département éducation – formation

Cité des sciences et de l'industrie

30 avenue Corentin-Cariou

75019 Paris

www.cite-sciences.fr

2015

Sommaire

I	Liens avec les programmes scolaires	3
II	Proposition d'exercices pour les élèves	
II.1	Calcul de la distance Terre – Lune selon Aristarque	4
II.2	Calcul de la distance Terre – Lune par télémétrie laser	5
II.3	Calcul de la masse de la Terre à partir du mouvement de la Lune	7
II.4	Poids et masse sur la Terre et sur la Lune	8
III	Correction	
III.1	Calcul de la distance Terre – Lune selon Aristarque	9
III.2	Calcul de la distance Terre – Lune par télémétrie laser	11
III.3	Calcul de la masse de la Terre à partir du mouvement de la Lune	13
III.4	Poids et masse sur la Terre et sur la Lune	14



I Liens avec les programmes scolaires

Classe de 5^e – 4^e

Sciences physiques

Sources de lumière. Sources primaires, sources secondaires. Exemples de distinction : étoiles, planètes, satellites artificiels.

Propagation rectiligne de la lumière. Ombres propres, ombres portées : interprétation en terme de rayons de lumière. Pénombres.

Phases de la Lune. Éclipses.

Vitesse de la lumière dans l'espace.

Mathématiques

Puissances de dix et leur usage.

SVT

Le système solaire s'est formé il y a environ 4,5 milliards d'années.

Classe de 3^e

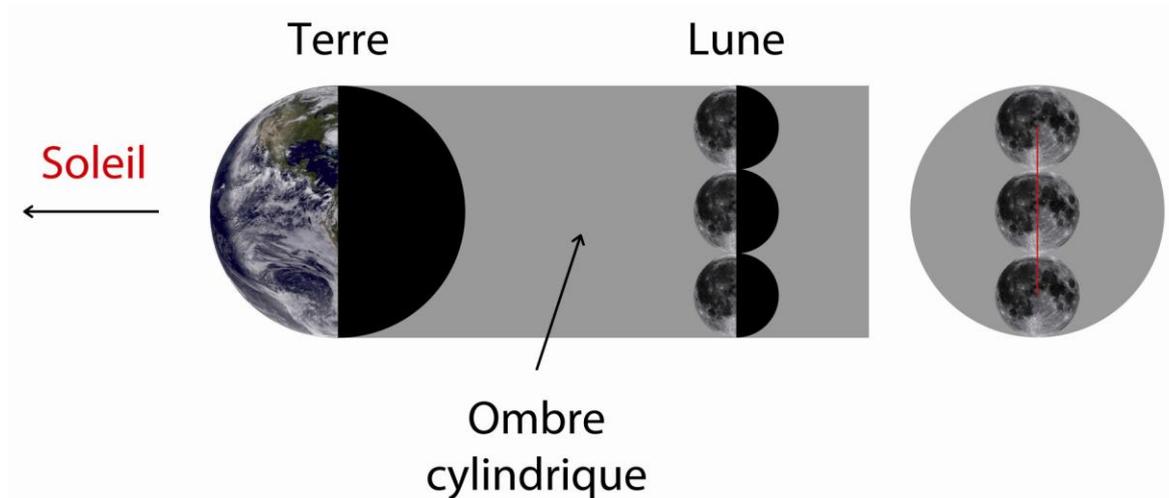
Sciences physiques

Mouvement et forces. Étude documentaire sur le système solaire, mouvements orbitaux et rotations propres des planètes et de leurs satellites. Le poids d'un objet sur la Terre et sur la Lune. Lumière et images. Mettre en œuvre un appareil imageur au choix : [...] lunette astronomique.

II Proposition d'exercices pour les élèves

II.1 Calcul de la distance Terre – Lune selon Aristarque

On se propose ici de calculer la distance Terre – Lune selon une méthode inspirée de celle proposée par l'astronome grec Aristarque de Samos (vers 310 av. J.-C. – vers 230 av. J.-C.) dans son ouvrage *Sur les grandeurs et les distances (du Soleil et de la Lune)*.



1. On fait l'hypothèse que l'ombre engendrée par la Terre dans la direction opposée au Soleil est cylindrique. **Cette hypothèse est-elle valable ? Sinon, quelle est la véritable forme de l'ombre ?**
2. L'observation montre que la Lune se déplace d'une distance égale à son diamètre en une heure et que les éclipses totales de Lune les plus longues durent près de 2 heures. **Pouvez-vous en déduire le rapport numérique entre le diamètre lunaire et le diamètre terrestre ?** La valeur admise aujourd'hui est 0,272. La valeur que vous venez de calculer (comprise entre 0,3 et 0,4) n'en est donc pas trop éloignée.
3. La Lune est vue sous un diamètre d'environ 31,5', soit $\frac{31,5}{60} = 0,525^\circ$. On montre que la distance à laquelle il faut se trouver d'un objet pour le voir sous un angle de $0,525^\circ$ vaut 109 fois la taille de cet objet. Nous connaissons donc maintenant la distance Terre – Lune D en fonction du diamètre de la Lune. Grâce à la question 2, nous avons estimé la taille de la Lune en fonction de celle de la Terre. Voilà qui nous permet de déterminer la distance Terre – Lune en fonction de la taille de la Terre ! **Pouvez-vous effectuer ce calcul ?**
4. La distance réelle Terre-Lune est proche de 60,3 rayons terrestres. La méthode que nous venons d'appliquer mène à une distance égale à près de 73 rayons terrestres, soit 464 000 km. Au vu de nos hypothèses, le résultat est très satisfaisant. **Que pourrait-on changer à ces hypothèses pour améliorer la précision du résultat ?**

II.2 Calcul de la distance Terre – Lune par télémétrie laser

Soyons ambitieux ! Cet exercice constitue une partie de l'exercice I du baccalauréat de série S, session 2013. Il est accessible aux élèves de collège et leur fait manipuler les puissances de dix.

« L'exercice aborde quelques problématiques en lien avec le travail réalisé par les ingénieurs et chercheurs de l'Observatoire de la Côte d'Azur (OCA), situé sur le plateau de Calern, près de Grasse dans les Alpes-Maritimes.

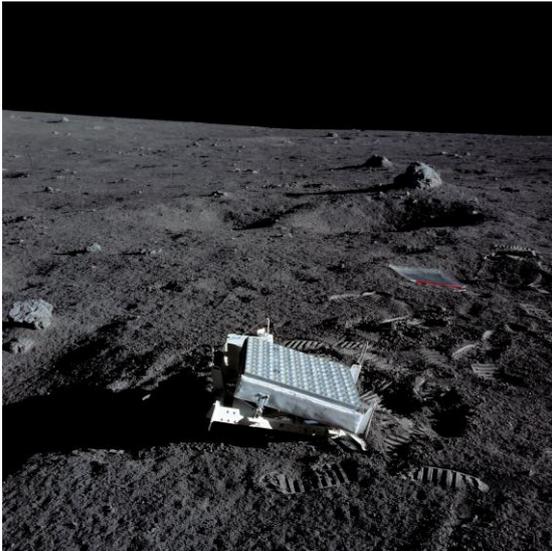
À l'aide d'une horloge d'une très grande précision ($\Delta t = 1$ ps (picoseconde) ; $1 \text{ ps} = 10^{-12} \text{ s}$), la durée d'un aller-retour d'une impulsion émise par le laser, peut être enregistrée et la distance Terre-Lune d_{T-L} est alors calculée automatiquement. Cinq réflecteurs, dont la surface réfléchissante est de l'ordre de $s = 0,5 \text{ m}^2$, ont été déposés, en différents points de la surface de la Lune, par les missions américaines (Apollo) et russes (Lunokhod) entre 1969 et 1973.

Le tableau de mesures suivant résume les données obtenues pour chaque impulsion reçue lors de tirs effectués entre le 27 et le 30 novembre 2002. La célérité de la lumière utilisée pour le traitement des données, est celle dans le vide : $c = 299\,792\,458 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Date	Heure en h:min:ns	Durée aller-retour en 10^{-13} s	Distance Terre – Lune (en km)
27 / 11 / 2002	04:43:406393142	24 648 468 652 614	369 471,25017
27 / 11 / 2002	04:54:289976746	24 644 665 715 165	369 414,24557
27 / 11 / 2002	05:10:458205105	24 640 099 593 537	369 345,80113
27 / 11 / 2002	05:22:292939394	24 637 681 983 003	369 309,56206
27 / 11 / 2002	05:41:648936000	24 635 344 034 116	369 274,51708
27 / 11 / 2002	05:50:391634635	24 634 858 791 318	369 267,24348
27 / 11 / 2002	06:01:311809190	24 634 892 052 296	369 267,74205
28 / 11 / 2002	04:54:343574407	24 406 472 646 587	365 843,82129
29 / 11 / 2002	03:34:435933600	24 286 275 303 864	364 042,10845
29 / 11 / 2002	04:43:255837213	24 216 009 976 909	362 988,85770
29 / 11 / 2002	05:03:362399138	24 199 488 939 775	362 741,21358
29 / 11 / 2002	05:59:835258680	24 164 440 511 979	?
29 / 11 / 2002	06:10:435854710	24 159 439 560 814	362 140,88849
30 / 11 / 2002	04:23:300384145	24 096 826 051 427	361 202,33560
30 / 11 / 2002	04:41:140039925	24 077 636 963 451	360 914,69841
30 / 11 / 2002	04:57:401860390	24 061 517 343 433	360 673,07138
30 / 11 / 2002	06:20:598907318	23 994 576 785 410	359 669,65766
30 / 11 / 2002	06:35:333161641	23 986 483 783 787	359 548,34662
30 / 11 / 2002	06:49:141460898	23 979 897 636 289	359 449,62275

Origine : tableau de l'Observatoire de Côte d'Azur.

1. Par quel calcul sont obtenues les distances Terre-Lune de la dernière colonne du tableau ? Expliciter celui manquant dans le tableau de mesures (point d'interrogation), puis calculer sa valeur, en se contentant de la précision de la calculatrice.
2. D'après le nombre de chiffres significatifs fournis par l'OCA dans ses fichiers de données, avec quelle précision la distance Terre-Lune est-elle mesurée actuellement ?
3. Proposer une hypothèse à considérer pour tenter d'expliquer les écarts observés sur la mesure de la distance Terre-Lune. »



Le réflecteur déposé sur la surface lunaire par les astronautes de la mission *Apollo 14*. Grâce à ce type de réflecteur, on montre que la Lune s'éloigne de la Terre de 3,8 cm par an en moyenne.



Le télescope de 3,5 m de l'observatoire d'Apache Point (Nouveau-Mexique, États-Unis) accueille un laser dont le but est de mesurer la distance Terre – Lune.

II.3 Calcul de la masse de la Terre à partir du mouvement de la Lune

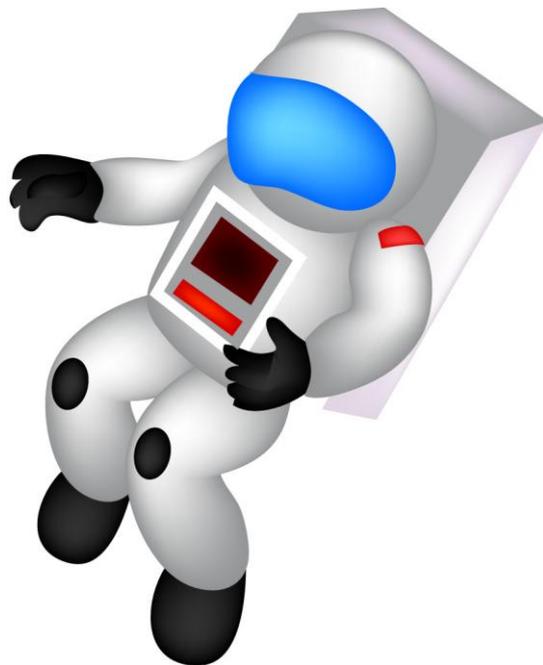
La troisième loi de Kepler nous apprend que $\frac{a^3}{T^2} \approx \frac{GM}{4\pi^2}$ où a est le demi-grand axe de l'ellipse décrite par la Lune autour de la Terre, T est la période de révolution sidérale de la Lune, G est la constante gravitationnelle et M la masse de la Terre.

1. **Isolez M dans l'équation.**
2. Avec $a_L = 384\,400$ km, $T_L = 27$ j 7 h 43 min et $G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$, **calculez numériquement la masse M_T de la Terre.** Comparer ce que vous avez trouvé avec sa valeur réelle, à savoir $5,972 \cdot 10^{24}$ kg. Alors, heureux ? Attention, n'oubliez pas de convertir les données dans les unités du système international !
3. Tant qu'on y est, **calculez la masse M_S du Soleil,** toujours à partir de la 3^e loi de Kepler mais en étudiant maintenant le mouvement de la Terre autour de lui. Vous prendrez donc $a_T = 149,6 \cdot 10^6$ km et $T_T = 1$ an. Ici, a_T est la distance moyenne Terre – Soleil et T_T le temps qu'il faut à la Terre pour faire un tour autour du Soleil. Pensez à convertir un an en secondes...



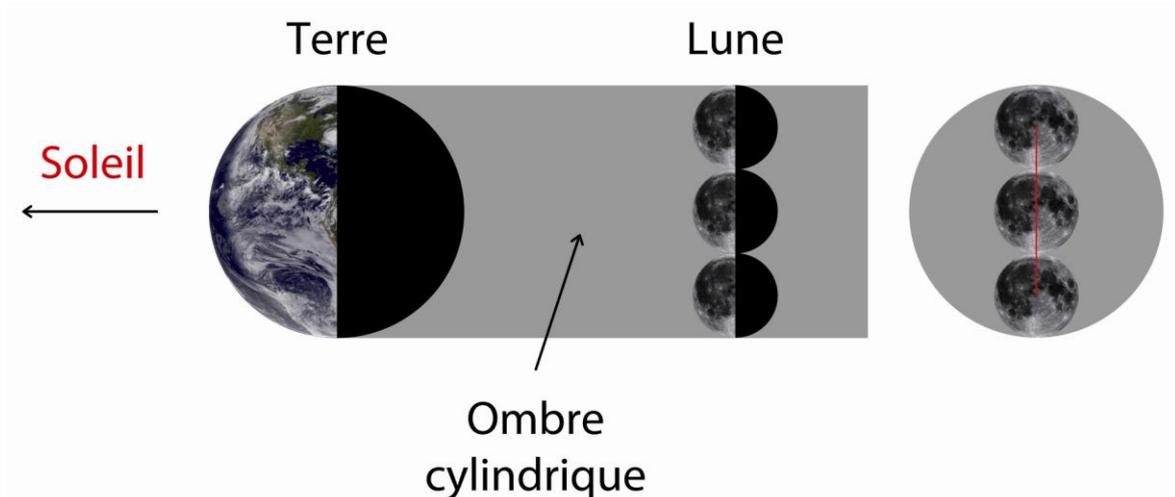
II.4 Poids et masse sur la Terre et sur la Lune

1. La phrase « mon poids est de 50 kilogrammes » est-elle correcte ? Sinon, pourquoi ?
2. Quelle différence faites-vous entre la masse d'un objet et son poids ? En quelles unités s'expriment ces deux grandeurs ?
3. Un astronome muni de son scaphandre possède une masse de cent kilogrammes sur la Terre. **Aura-t-il la même masse une fois sur la Lune ?**
4. L'expérience montre que le poids et la masse des corps sont proportionnels en un lieu donné. On peut donc écrire $\text{poids} = \text{masse} \times \text{constante}$. La constante, c'est-à-dire le coefficient de proportionnalité, est l'intensité de la pesanteur en ce lieu. On la note g . **En quelle unité s'exprime-t-elle ?**
5. Croyez-nous sur parole, l'intensité de la pesanteur à la surface de la Terre vaut approximativement $\frac{GM}{R^2}$ où G est la constante gravitationnelle (à ne pas confondre avec g !), M la masse de la Terre et R son rayon. **Voici les données qui vont permettre de calculer cette intensité** : $G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$, $M = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ et $R = 6\,378 \text{ km}$. Ne vous inquiétez pas si vous obtenez un résultat dans unité différente de celle que vous avez donnée dans la question 4. Elles sont équivalentes.
6. **Pouvez-vous effectuer un calcul similaire de l'intensité de la pesanteur à la surface de la Lune ?** La masse de notre satellite s'élève à $7,348 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ et son rayon à $1\,737 \text{ km}$.
7. **De combien de fois la pesanteur à la surface de la Terre est-elle plus grande que la pesanteur à la surface de la Lune ?**



III Correction

III.1 Calcul de la distance Terre – Lune selon Aristarque



1. On fait l'hypothèse que l'ombre engendrée par la Terre dans la direction opposée au Soleil est cylindrique. **Cette hypothèse est-elle valable ? Sinon, quelle est la véritable forme de l'ombre ?**

En théorie, l'ombre de la Terre est un cône de révolution. On montre que le sommet du cône se trouve dans la direction opposée au Soleil, entre 221 et 231 rayons terrestres du centre de la Terre, en fonction de la distance Terre – Soleil.

2. L'observation montre que la Lune se déplace d'une distance égale à son diamètre en une heure et que les éclipses totales de Lune les plus longues durent près de 2 heures. **Pouvez-vous en déduire le rapport numérique entre le diamètre lunaire et le diamètre terrestre ?** La valeur admise aujourd'hui est 0,272. La valeur que vous venez de calculer (comprise entre 0,3 et 0,4) n'en est donc pas trop éloignée.

L'éclipse totale de Lune débute lorsque la Lune se trouve enfin entièrement dans l'ombre de la Terre. Si l'éclipse dure deux heures (durée maximale de la phase de totalité de l'éclipse), la Lune aura eu le temps de se déplacer d'une distance égale à deux fois son diamètre tout en restant dans l'ombre, juste avant d'en sortir. Un diamètre lunaire + deux diamètres lunaires = trois diamètres lunaires = diamètre de la Terre puisqu'on suppose l'ombre cylindrique. Le rapport entre le diamètre de la Lune et celui de la Terre se monte à un tiers, soit 0,333.

3. La Lune est vue sous un diamètre d'environ 31,5', soit $\frac{31,5}{60} = 0,525^\circ$. On montre que la distance à laquelle il faut se trouver d'un objet pour le voir sous un angle de $0,525^\circ$ vaut 109 fois la taille de cet objet. Nous connaissons donc maintenant la distance Terre – Lune D en fonction du diamètre de la Lune. Grâce à la question 2, nous avons estimé la taille de la Lune en fonction de celle de la Terre. Voilà qui nous permet de déterminer la distance Terre – Lune en fonction de la taille de la Terre ! **Pouvez-vous effectuer ce calcul ?**

$$109 \times \frac{1}{3} = 36,3 \text{ diamètres terrestres} = 72,7 \text{ rayons terrestres.}$$

4. La distance moyenne réelle Terre-Lune est proche de 60,3 rayons terrestres. La méthode que nous venons d'appliquer mène à une distance égale à près de 73 rayons terrestres, soit 464 000 km. Au vu de nos hypothèses, le résultat est satisfaisant. **Que pourrait-on changer à ces hypothèses pour améliorer la précision du résultat ?**

Prendre en compte le fait que l'ombre de la Terre n'est pas cylindrique mais conique, améliorer la précision sur la durée maximale d'une éclipse totale de Lune...

III.2 Calcul de la distance Terre – Lune par télémétrie laser

À l'aide d'une horloge d'une très grande précision ($\Delta t = 1$ ps (picoseconde) ; $1 \text{ ps} = 10^{-12} \text{ s}$), la durée d'un aller-retour d'une impulsion émise par le laser, peut être enregistrée et la distance Terre-Lune d_{T-L} est alors calculée automatiquement. Le tableau de mesures suivant résume les données obtenues pour chaque impulsion reçue lors de tirs effectués entre le 27 et le 30 novembre 2002. La célérité de la lumière utilisée pour le traitement des données, est celle dans le vide : $c = 299\,792\,458 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Date	Heure en h:min:ns	Durée aller-retour en 10^{-13} s	Distance Terre – Lune (en km)
27 / 11 / 2002	04:43:406393142	24 648 468 652 614	369 471,25017
27 / 11 / 2002	04:54:289976746	24 644 665 715 165	369 414,24557
27 / 11 / 2002	05:10:458205105	24 640 099 593 537	369 345,80113
27 / 11 / 2002	05:22:292939394	24 637 681 983 003	369 309,56206
27 / 11 / 2002	05:41:648936000	24 635 344 034 116	369 274,51708
27 / 11 / 2002	05:50:391634635	24 634 858 791 318	369 267,24348
27 / 11 / 2002	06:01:311809190	24 634 892 052 296	369 267,74205
28 / 11 / 2002	04:54:343574407	24 406 472 646 587	365 843,82129
29 / 11 / 2002	03:34:435933600	24 286 275 303 864	364 042,10845
29 / 11 / 2002	04:43:255837213	24 216 009 976 909	362 988,85770
29 / 11 / 2002	05:03:362399138	24 199 488 939 775	362 741,21358
29 / 11 / 2002	05:59:835258680	24 164 440 511 979	?
29 / 11 / 2002	06:10:435854710	24 159 439 560 814	362 140,88849
30 / 11 / 2002	04:23:300384145	24 096 826 051 427	361 202,33560
30 / 11 / 2002	04:41:140039925	24 077 636 963 451	360 914,69841
30 / 11 / 2002	04:57:401860390	24 061 517 343 433	360 673,07138
30 / 11 / 2002	06:20:598907318	23 994 576 785 410	359 669,65766
30 / 11 / 2002	06:35:333161641	23 986 483 783 787	359 548,34662
30 / 11 / 2002	06:49:141460898	23 979 897 636 289	359 449,62275

1. Par quel calcul sont obtenues les distances Terre-Lune de la dernière colonne du tableau ? Expliciter celui manquant dans le tableau de mesures (point d'interrogation), puis calculer sa valeur, en se contentant de la précision de la calculatrice.

La distance Terre – Lune est la moitié de la distance que parcourt la lumière pour faire l'aller-retour Terre – Lune, cette dernière étant le produit de la vitesse de la lumière par la durée de l'aller-retour. Ici, $d = 0,5 \times 299\,792\,458 \times 24\,164\,440\,511\,979 \cdot 10^{-13} = 362\,215\,850,86404812 \text{ m} = 362\,215,85086 \text{ km}$.

2. D'après le nombre de chiffres significatifs fournis par l'OCA dans ses fichiers de données, avec quelle précision la distance Terre-Lune est-elle mesurée actuellement ?

Le dernier chiffre significatif est un multiple de 10^{-5} km, soit un centimètre. La mesure se fait donc au centimètre près !

3. Proposer une hypothèse à considérer pour tenter d'expliquer les écarts observés sur la mesure de la distance Terre-Lune. »

La Lune décrit une ellipse autour de la Terre, dont la Terre occupe l'un des foyers. La Lune n'est donc pas toujours à la même distance de nous, ce qui explique les variations sur la mesure.

III.3 Calcul de la masse de la Terre à partir du mouvement de la Lune

La troisième loi de Kepler nous apprend que $\frac{a^3}{T^2} \approx \frac{GM}{4\pi^2}$ où a est le demi-grand axe de l'ellipse décrite par la Lune autour de la Terre, T est la période de révolution sidérale de la Lune, G est la constante gravitationnelle et M la masse de la Terre.

1. Isolez M dans l'équation.

$$M = \frac{4\pi^2 a^3}{GT^2}$$

2. Avec $a_L = 384\,400$ km, $T_L = 27$ j 7 h 43 min et $G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$, **calculez numériquement la masse M_T de la Terre**. Comparer ce que vous avez trouvé avec sa valeur réelle, à savoir $5,972 \cdot 10^{24}$ kg. Alors, heureux ? Attention, n'oubliez pas de convertir les données dans les unités du système international !

Convertissons d'abord T_L en seconde : $T_L = 27 \times 86400 + 7 \times 3600 + 43 \times 60 = 2\,360\,580$ s

$$M_T = \frac{4\pi^2 \times (384400000)^3}{6,674 \cdot 10^{-11} \times (2360580)^2} = 6,030 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

3. Tant qu'on y est, **calculez la masse M_S du Soleil**, toujours à partir de la 3^e loi de Kepler mais en étudiant maintenant le mouvement de la Terre autour de lui. Vous prendrez donc $a_T = 149,6 \cdot 10^6$ km et $T_T = 1$ an. Ici, a_T est la distance moyenne Terre – Soleil et T_T le temps qu'il faut à la Terre pour faire un tour autour du Soleil. Pensez à convertir un an en secondes...

Convertissons T_T en seconde : $T = 365,25 \times 86400 = 31\,557\,600$ s

$$M_S = \frac{4\pi^2 \times (149600000000)^3}{6,674 \cdot 10^{-11} \times (31557600)^2} = 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

Le Soleil est près de 330 000 fois plus massif que notre planète !

III.4 Poids et masse sur la Terre et sur la Lune

1. La phrase « mon poids est de 50 kilogrammes » est-elle correcte ? Sinon, pourquoi ?

Cette phrase est incorrecte car un poids n'est pas une masse, c'est une force.

2. Quelle différence faites-vous entre la masse d'un objet et son poids ? En quelles unités s'expriment ces deux grandeurs ?

La masse d'un corps mesure sa quantité de matière. Son poids, la force imprimée par la Terre sur lui et qui l'amènerait à tomber vers le centre de la Terre... s'il n'y avait le sol. La masse s'exprime en kilogramme et le poids en newton.

3. Un astronome muni de son scaphandre possède une masse de cent kilogrammes sur la Terre. Aura-t-il la même masse une fois sur la Lune ?

Oui, car la masse est invariable.

4. L'expérience montre que le poids et la masse des corps sont proportionnels en un lieu donné. On peut donc écrire $\text{poids} = \text{masse} \times \text{constante}$. La constante, c'est-à-dire le coefficient de proportionnalité, est l'intensité de la pesanteur en ce lieu. On la note g . En quelle unité s'exprime-t-elle ?

L'intensité de la pesanteur s'exprime en newton par kilogramme (N.kg^{-1}).

5. Croyez-nous sur parole, l'intensité de la pesanteur à la surface de la Terre vaut approximativement $\frac{GM}{R^2}$ où G est la constante gravitationnelle (à ne pas confondre avec g !), M

la masse de la Terre et R son rayon. **Voici les données qui vont permettre de calculer cette intensité** : $G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$, $M = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ et $R = 6\,378 \text{ km}$. Ne vous inquiétez pas si vous obtenez un résultat dans unité différente de celle que vous avez donnée dans la question 4. Elles sont équivalentes.

$$g = \frac{6,674 \cdot 10^{-11} \times 5,972 \cdot 10^{24}}{6378000^2} = 9,798 \text{ m.s}^{-2} = 9,798 \text{ N.kg}^{-1}$$

6. Pouvez-vous effectuer un calcul similaire de l'intensité de la pesanteur à la surface de la Lune ? La masse de notre satellite s'élève à $7,348 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ et son rayon à $1\,737 \text{ km}$.

$$g = \frac{6,674 \cdot 10^{-11} \times 7,348 \cdot 10^{22}}{1737000^2} = 1,625 \text{ m.s}^{-2} = 1,625 \text{ N.kg}^{-1}$$

7. De combien de fois la pesanteur à la surface de la Terre est-elle plus grande que la pesanteur à la surface de la Lune ?

La pesanteur à la surface de la Terre est environ six fois plus forte qu'à la surface de la Lune.