

FORMES MATHÉMATIQUES

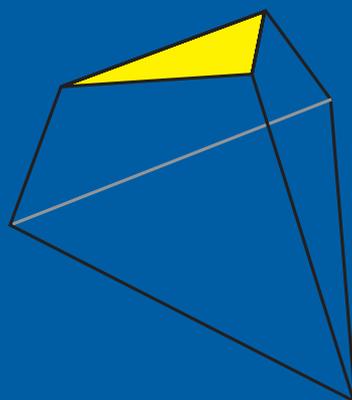
PIERRE AUDIN

GUILLAUME REUILLER

Département de mathématiques
du Palais de la découverte

Une pyramide tronquée ?

On imagine bien quel est ce volume : une pyramide à base triangulaire dont la pointe a été coupée. C'est-à-dire un tétraèdre tronqué. Mais est-ce bien sûr ?



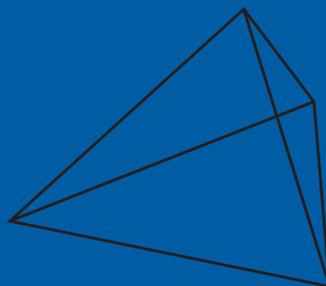
Le volume le plus simple ?

Tracez un triangle et choisissez un point extérieur au plan contenant ce triangle. Reliez ce point aux trois sommets du triangle : le volume que vous obtenez est un tétraèdre, ce qui signifie qu'il a quatre faces.

Le tétraèdre est le volume le plus simple qui soit car il n'a que quatre faces, qui sont des triangles, mais aussi quatre sommets et six arêtes. C'est d'ailleurs la figure qui permet d'obtenir quatre triangles avec seulement six allumettes.

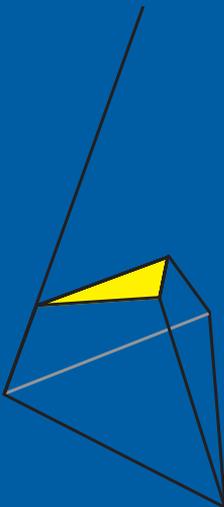
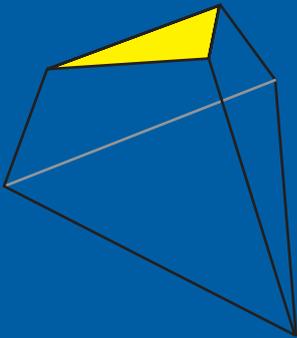
Autre particularité : pour aller d'un sommet à un autre en ligne droite, vous serez obligé(e) de suivre une arête : entre deux sommets il y a toujours une arête. D'ailleurs, utilisant deux sommets

comme extrémités d'une arête, il ne vous reste plus que deux sommets non utilisés, reliés eux aussi par une arête : ces deux arêtes sont ce qu'on appelle des arêtes opposées.



La pseudo-pyramide tronquée

Imaginons que ce volume est une pyramide à base triangulaire (un tétraèdre) qui a été tronquée. Trois arêtes ont donc été coupées.

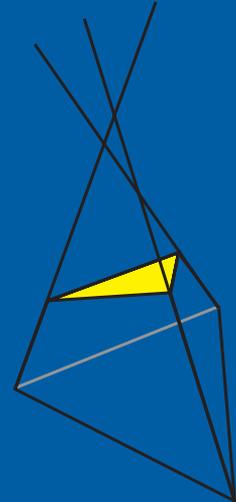


Prolongeons chacune d'elles en commençant par celle de gauche.

Cette arête prolongée rassemble tous les points qui sont en même temps sur la face arrière et sur la face avant gauche de notre volume.

Prolongeons la suivante : cette deuxième arête rassemble tous les points qui sont en même temps sur les deux faces avant.

Ces deux arêtes prolongées se croisent donc en un point qui est en même temps sur la face arrière et la face avant gauche, puisqu'il est sur la première arête ; mais ce point est aussi sur les deux faces avant, puisqu'il est sur la deuxième arête. Il est donc en même temps sur les trois faces : arrière, avant gauche, avant droite. Il devrait donc être aussi sur la troisième



arête qui rassemble tous les points qui sont sur la face arrière et la face avant droite. Or, si l'on prolonge cette arête, on voit bien que ce n'est pas le cas. Donc notre dessin ne représente pas du tout une pyramide tronquée. Ainsi, on peut dessiner en deux dimensions un objet irréalisable en trois dimensions.

On peut tronquer un tétraèdre et obtenir un dessin qui ressemble au précédent mais qui y ressemble seulement : les inclinaisons des trois arêtes ne peuvent pas être choisies n'importe comment.

P. A. et G. R.

