

DENIS SAVOIE

*Chef du département
astronomie-astrophysique
du Palais de la découverte*

FORMES

MATHÉMATIQUES



© Ikonos / D. R.

Le satellite d'observation IKONOS est situé à 680 kilomètres d'altitude. Il fait un tour de la Terre en 98 minutes, à la vitesse de 7 km/s. Le 17 novembre 1999, il a photographié les trois pyramides du site de Gizeh en Égypte. Comment, à partir de cette photographie, déterminer l'heure à laquelle a été pris le cliché ?

L'ombre des pyramides se comporte comme l'ombre d'un gnomon planté en terre : longue le matin, elle raccourcit pour devenir la plus petite possible à midi solaire puis s'allonge l'après-midi. Par le calcul, on peut déterminer quelle sera la direction de l'ombre du gnomon à un instant donné ; inversement, on peut déterminer l'heure connaissant l'orientation de l'ombre.

On sait que les pyramides d'Égypte sont orientées selon les quatre points cardinaux. L'ombre de la pyramide de Chéops en particulier présente une ombre très nette de la pointe. À l'aide d'un rapporteur, on mesure sur la photographie l'angle entre la direction de la pointe de l'ombre et le Nord géographique (ce qui est équivalent à l'angle entre la direction du Soleil et le Sud géographique). On obtient sensiblement $-21^{\circ},5$. Les astronomes appellent cet angle l'azimut. À un instant donné, l'azimut

dépend de la latitude du lieu, de l'heure et de la date ; une formule trigonométrique permet de le calculer lorsque les paramètres précédents sont connus. Le problème ici est de chercher l'heure lorsqu'on connaît l'azimut.

On sait que les coordonnées géographiques de la pyramide sont :

latitude : $+29^{\circ} 58' 51''$

longitude : $-2 \text{ h } 04 \text{ min } 36 \text{ s}$

Pour obtenir l'heure H , on doit résoudre une équation du type⁽¹⁾ :

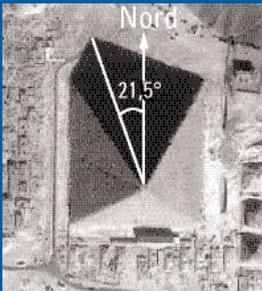
$$A \cos H + B \sin H = C.$$

On obtient $H = -17^{\circ},724$ soit 10 h 49 min temps solaire (l'ombre de la pyramide se comporte comme un cadran solaire).

Pour obtenir l'heure de la prise du cliché en temps universel, on corrige ce résultat de l'équation du temps (soit -15 min 06 s le 17 novembre 1999) et de la longitude du lieu, ce qui donne sensiblement 8 h 30 min TU.

Que penser de ce résultat ? Ce jour-là, le Soleil est passé au méridien (au plus haut vers le sud) à 9 h 40 min 18 s TU, ce qui signifie qu'à cet instant, l'ombre de la pyramide était dirigée exactement vers le nord. Or à l'instant où le satellite Ikonos a pris la photographie, l'ombre était dirigée vers le nord-ouest, autrement dit avant le passage au méridien, ce qui est cohérent avec l'heure obtenue.

D. S.



© Ikonos/D. R.

Détermination de l'azimut.

(1) En appelant ϕ la latitude du lieu, δ la déclinaison du Soleil (distance angulaire du Soleil à l'équateur), H l'heure solaire en degrés et A l'azimut du Soleil, on démontre que l'on a : $\sin \phi \cos H - \sin H \cotan A = \cos \phi \tan \delta$ [$\phi = 29^{\circ} 58' 51''$ et $\delta = -18^{\circ},908$].