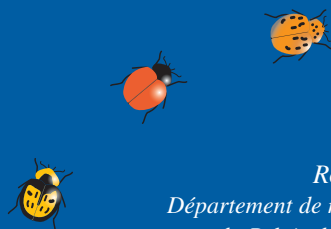


FORMES MATHÉMATIQUES



ROMAIN ATTAL
Département de mathématiques
du Palais de la découverte

Comment les tâches des coccinelles se forment-elles ?

Chaque espèce de coccinelle possède sur ses élytres des taches caractéristiques. Les plus courantes portent des points noirs sur un fond rouge, jaune ou orange (fig. 1), mais certaines sont ornées de bandes, portent plusieurs couleurs, ou au contraire une seule (fig. 2). Dans tous les cas, le motif est symétrique. Même si l'on ignore les détails biologiques de la formation de ces motifs, on peut tenter de la modéliser mathématiquement. C'est Alan Turing (1912-1954) qui, le premier, a proposé de décrire la *morphogénèse*, c'est-à-dire l'apparition de formes chez les êtres vivants, par des équations mettant en jeu les concentrations de substances hypothétiques, appelées *morphogènes*, susceptibles de se diffuser dans un embryon et de réagir entre elles. Ces équations peuvent être étudiées pour



Figure 1
Adulte de la
coccinelle
Harmonia
conformis.
© INRA/
J.-C. Malausa.

explorer l'ensemble des formes auxquelles elles donnent naissance, sans forcément disposer d'une interprétation biochimique des morphogènes mis en jeu. En 2001, une équipe de chercheurs taiwanais, dirigée par S. S. Liaw, a développé un tel modèle pour recréer les taches des coccinelles.



Figure 2
Coccinelle
sans tache sur
ses élytres.
© INRA/
G. Ipert.





Figure 3
Coccinelles à quatorze points.
 (*Propylea quatuordecimpunctata*).
 © Scott Bauer/USDA.
 Source : www.weforanimals.com

Les scientifiques ont représenté les élytres par une portion de sphère sur laquelle coexistent deux substances, A et B , dont les concentrations évoluent suivant des équations dérivées de celle qui décrit la diffusion de la chaleur, mais où un terme supplémentaire tient compte d'une réaction chimique entre A et B . D'où le nom d'équations de réaction-diffusion. L'écart entre la concentration de A et sa concentration à l'équilibre détermine la teinte, claire ou foncée, en chaque point. En ajustant les vitesses de diffusion de A et de B , et en choisissant judicieusement leur répartition initiale, on peut voir apparaître les motifs effectivement observés sur les élytres de nombreuses espèces de coccinelles : taches circulaires, rayures ou anneaux.

Ces motifs sont semblables à ceux qui apparaissent sur un plan, un cône ou un cylindre, mais la position et la forme des taches dépendent fortement de la courbure de la surface et de la forme de son bord. Pour les coccinelles au corps légèrement aplati ou oblong, on peut modifier ce modèle pour tenir compte de leur forme. Pourrait-on ainsi décrire la formation de taches en damier, comme sur la coccinelle à quatorze points (fig. 3) ?

Les équations de Turing peuvent aussi être utilisées pour décrire la formation de motifs chez d'autres animaux tels que les poissons, les léopards, les girafes ou les zèbres (fig. 4), mais on ne sait pas prévoir la forme de ces motifs, sans doute parce qu'elle dépend de nombreux facteurs biologiques encore inconnus.

R. A.



Figure 4
La formation des rayures des zèbres peut aussi être décrite par les équations de Turing.
 © Stolz, Gary M./USFWS.
 Source : www.weforanimals.com