Savez-vous compter les jours... À la mode du XIIIe siècle ?

À l'aide d'un manuscrit copié en France à la toute fin du XIIIe siècle, découvrez une autre manière de penser les nombres et de les manipuler.

Une invitation à explorer les mathématiques telles qu'on les apprenait à cette époque !

Clément CARTIER
Doctorant (Université Paris Cité, SPHERE)
Unité Mathématiques, Palais de la découverte

SOMMAIRE

Combien de jours se sont écoulés depuis le 1er janvier de l’an 1 ?

Au XIIIe siècle, à l’université de Paris, savoir répondre à ce genre de questions était un exercice obligatoire.

D’une part, parce que les problèmes de calendrier sous-tendaient des enjeux politiques, économiques et théologiques importants. Par exemple, la question du calcul de la date de Pâques, fixée au premier dimanche suivant la première pleine Lune après l’équinoxe de printemps, a fait couler beaucoup d’encre. Les élèves du XIIIe siècle avaient ainsi de nombreuses méthodes à leur disposition pour effectuer le calcul, notamment en utilisant des tables numériques. D'autre part, au delà des questions propres aux calendriers, calculer le nombre de jours entre deux dates constitue également une parfaite introduction pour découvrir tout un ensemble de pratiques mathématiques liées à ces méthodes.

Apprendre à compter les jours en utilisant les tables, c'est aussi apprendre à manipuler les additions, les soustractions, les multiplications, les divisions. Ce faisant, il faut également apprendre à organiser les nombres impliqués dans le calcul, à les disposer correctement sur sa surface de travail, et à manipuler les tables et les ardoises de calcul.

> *Puisque la quantité de chaque action est mesurée par un intervalle de temps, le décompte du temps est la première chose qui doit être étudiée par ceux qui cherchent à comprendre les mouvements célestes. […] Étant donné que les calendriers sont différents selon les différents peuples, il est nécessaire de les mettre en œuvre chacun jusqu’au bout afin que, maîtrisant parfaitement la connaissance du temps, l’accès à ce que nous cherchons soit plus facile.*
>
> **— Introduction aux *Tables de Tolède***
>
> (Paris, Bibliothèque Sainte Geneviève, 1043, f. 81r)

Le manuscrit 1043 de la bibliothèque Sainte Geneviève

Le manuscrit 1043 de la bibliothèque Sainte Geneviève est un exemple caractéristique des livres qui circulaient dans les milieux universitaires du XIIIe siècle, notamment autour des universités de Paris et d'Oxford.

Il s'agit d'un assemblage de 177 folios (354 pages) en parchemin, copié en latin par plusieurs personnes différentes. Plusieurs faisceaux d'indices laissent penser que les différentes parties du manuscrit ont probablement été copiées à la toute fin du XIIIe siècle, sans doute entre 1290 et 1301.

Au départ, il s'agissait vraissemblablement de cahiers indépendants, qui ont probablement appartenu à des personnes différentes, et qui ont été cousus ensemble par une personne intéressée par les différents textes qu'ils contenaient.

On y retrouve de nombreux textes qui sont des références dans les examens universitaires de l'époque en mathématiques. Il y est notamment question d'arithmétique et d'astronomie, avec de très nombreux diagrammes, et des descriptions de divers instruments qui peuvent être utilisés pour faire des calculs.

Nous nous concentrons ici seulement sur deux textes contenus dans le manuscrit : l'*Algorismus* de Jean de Sacrobosco, qui est un texte d'arithmétique ; et les *Tables de Tolède* qui permettent de faire des calculs liés à l'astronomie.

Jusqu'au XVIIe siècle, le manuscrit a été utilisé par les moines du couvent des Carmes de Dijon, qui ont laissé plusieurs notes dans les marges. Il a rejoin les fonds de la bibliothèque Sainte Geneviève en 1967.

Voir le manuscrit complet en ligne :

J. 23

Incipit algorismus

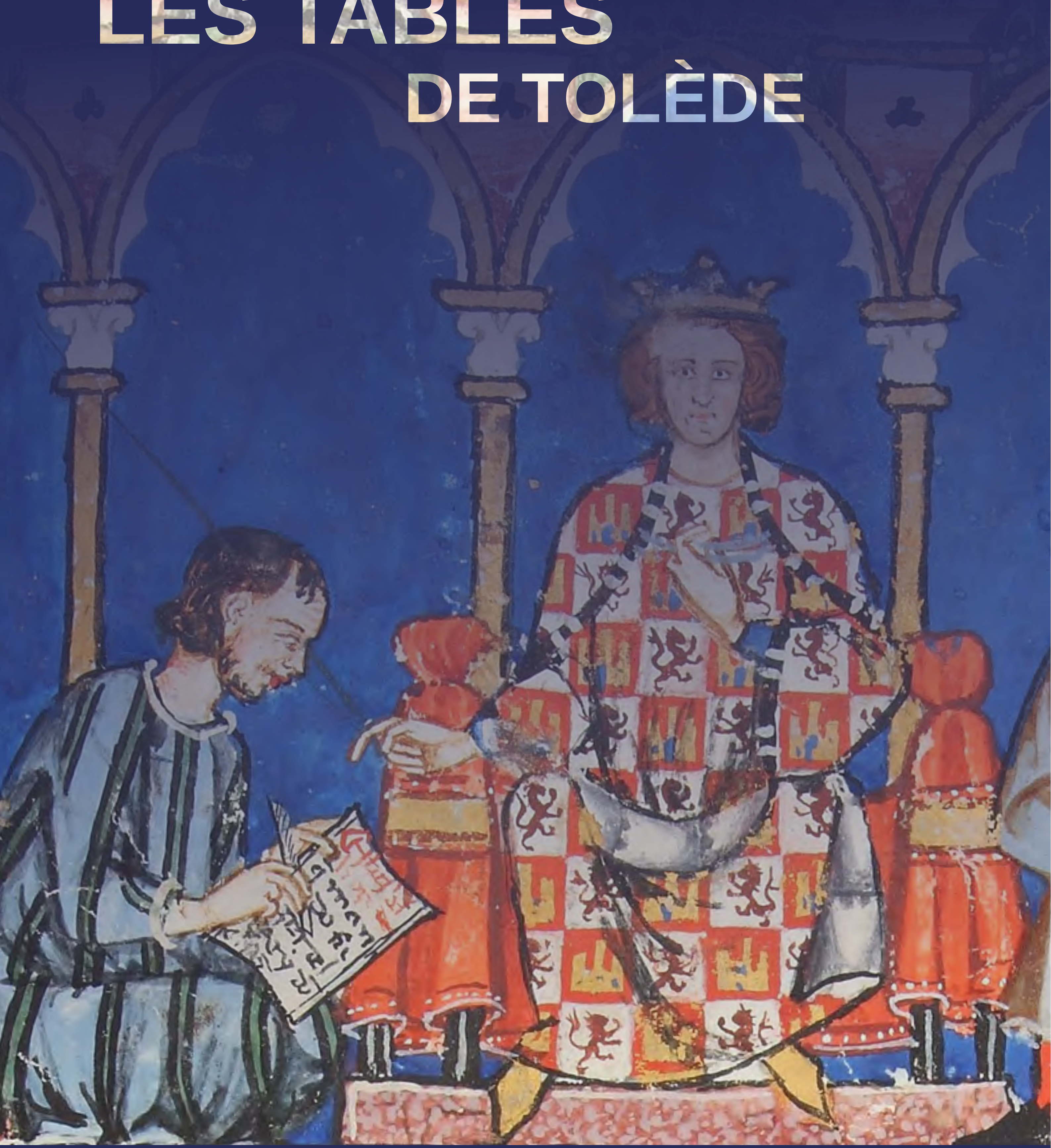
Omnia que a primeva rerum
origine processerunt ratione
numerorum formata sunt. Et quem-
admodum sunt sic cognosci habent.
unde in universa rerum cogni-
tione ars numerandi necessaria est.
Hanc igitur numerandi
scientiam compendiosam philosophus edidit nomine Algus unde
et algorismus nuncupatur vel ars numerandi
vel ars introductoria in numerum interpretatur.
Numerus quidem dupliciter notificatur materialiter
et formaliter: materialiter numerus est unitatum collectio; formaliter numerus
est multitudo ex unitatibus profusa. Unitas autem
est qua unaquaeque res una dicitur. Numerorum alius digi-
tus, alius articulus, alius numerus compositus. Digi-
tus quidem est omnis numerus minor denario. Ar-
ticulus est omnis numerus divisibilis in 10 preter re-
siduum ita quod nihil sit residuum. Compositus vero si-
ve mixtus est qui constat ex digito et articulo.
Et sciendum quod omnis numerus inter duos articulos proximos
est numerus compositus. Huius autem artis 9 sunt species scilicet
numeratio, additio, subtractio, mediatio, dupla-
tio, multiplicatio, divisio, progressio et radicum
extractio. Et haec dupliciter quia in numeris quadratis et cu-
bicis. Inter quas primo de numeratione et post de aliis
per ordinem dicetur. Sequitur de numeratione

Est autem numeratio cuiuslibet numeri per figuras competen-
tes artificialis representatio. Figura
autem et differentia locus limites idem supponunt sed alia de
causis rationibus imponuntur. Figura vero dicitur quantum ad
lineae protractionem. Differentia quia per illam ostenditur quali-
ter figura sequens differt a precedente. Locus dicitur
ratione spatii in quo scribitur. Limites quia est via or-
dinata ad cuiuslibet numeri representationem. Sunt igitur
cuiuslibet 9 limites invenientur 9 figurae significative
9 digitos representantes que tales sunt 9 8
7 6 5 4 3 2 1. Decima vero dicitur theta vel
circulus vel cifra vel figura nihili quia
nihil significat. Ipsa tamen tenens locum dat aliis significare.
Nam sine cifra vel chyfris purus non posset scri-
bi articulus. Cum igitur per 9 figuras significativas
adiunctas quandoque cifra quandoque chyfris contin-
gat quemlibet numerum representare non fuit necesse plu-
res figuras invenire significativas. Notandum quod quilibet
digitus una sola figura sibi appropriata habet scri-
bi. Omnis vero articulus per chyfram et digitum
a quo denominatur iste articulus habet scribi. Omnis enim
articulus ab aliquo digito denominatur
ut denarius ab unitate, vigenarius a 2 et
sic de aliis. Omnis vero numerus in eo quod digitus
habet poni in prima differentia. Omnis vero articulus in
2a. Omnis quidem numerus a 10 usque ad 100 ut cen-
tenarius excludatur duabus figuris habet scri-
bi. Si sit articulus per chyfram primo positam et figuram
scriptam ut superius dictum est quod significat digitum a quo deno-
minatur articulus. Si sit numerus compositus prius scri-
batur digitus qui est pars numeri compositi et subse-
quenter articulus ut prius. Omnis numerus qui est
a 100 usque ad 1000 ut millenarius exclu-
datur per 3 figuras habet scribi. Omnis numerus a 1000
usque ad 10000 per 4 et sic deinceps. Notandum
est quod quelibet figura primo loco posita significat suum digitum,
secundo decies suum digitum, 3o centies, 4o mille-
sies, 5o decies millesies et sic in infinitum multi-
plicando per illa scilicet 10 100 1000. Et tamen omnes
comprehenduntur in hac materia. Quelibet figura in sequen-
ti loco posita decies magis significat quam in precedenti.
Et notandum quod super quamlibet figuram in loco millenarii
positam convenit ponere quoddam punctum ad denotan-
dum quod tot millenarios debet ultima figura representa-
re quot fuerint puncta perfusa (?). Sciendum vero si-
militer quod scribimus in hac arte more arabum [illegible] [vel sinistrorsum]
vel hac ratione ut in legendo consuetum
ordinem servantes maiorem numerum preponamus.

Additio est numeri Sequitur de additione 2a species huius artis
vel numerorum ad numerum aggregatio ut vide-
atur summa excrescens. In additione duo
ordines figurarum et duo numeri ad minus sunt necessarii,
scilicet numerus cui debet fieri additio et numerus addendus. Primus
cui debet fieri additio est numerus qui recipit additionem

1527

LES TABLES
DE TOLÈDE



El Escorial, Real Biblioteca del Monasterio de El Escorial, T-I-6 (Libro de los juegos de ajedres, dados y tablas), f. 65r

Les *Tables de Tolède* et les « canons d'Azarchiel »

L'ensemble que l'on identifie comme les *Tables de Tolède* apparaît dans plus d'une centaine de manuscrits, essentiellement en latin, composés entre la fin du XIIIe et le début du XVe siècle. Il s'agit d'une compilation de tables d'origines diverses, que l'on retrouve notamment dans des manuscrits en langue arabe. Mais c'est surtout à Paris, dans la dernière partie du XIIIe siècle, que la plupart des manuscrits dont nous disposons ont été produits.

L'objectif de ces tables est principalement de permettre à leurs utilisateurs et utilisatrices de calculer la position d'une planète à une date donnée. Les premières tables de cet ensemble sont presque toujours dédiées au calcul du nombre de jours entre deux dates. En effet, tous les calculs présentés ensuite nécessitent de choisir une date pour laquelle le calcul va être effectué. Et la première étape est toujours de calculer le nombre de jours qui sépare cette date donnée d'une date de référence.

Ces tables sont parfois accompagnées d'un texte qui explique comment les utiliser pour le calcul. Ces textes sont appelés des « canons ». Dans de nombreux manuscrits, les canons des tables de Tolède sont attribués à un certain « Azarchiel », un astronome-forgeron qui a travaillé pour les émirs de Tolède et de Séville à la fin du XI^{e} siècle. Azarchiel a en effet compilé de nombreux traités en langue arabe, qui ont été largement traduits en latin. Mais le texte que l'on trouve dans le manuscrit de la bibliothèque Sainte Geneviève est un arrangement qui intègre d'autres sources (notamment des textes du célèbre al-Khwārizmī), vraissemblablement arrangées sous cette forme par des maîtres de l'université de Paris à des fins d'enseignement.

Près d'un tiers du texte est consacré aux calculs de calendrier. Plusieurs méthodes sont données pour effectuer les calculs avec, ou sans les tables. Nous avons reproduit ici les règles pour calculer le nombre de jours dans le calendrier « chrétien ».

L'image de gauche est tirée d'un manuscrit copié à Séville en 1283. On y voit le roi Alphonse X de Castille (1252–1284) au milieu de sa cour. Cette illustration apparaît au début d'un traité sur les jeux de dés, traduit de l'arabe vers le castillan à la demande du roi. Le personnage à genoux près du trône représente probablement le traducteur, travaillant sous la commande du roi.

Au cours de son règne, Alphonse X a activement soutenu la production de textes scientifiques et littéraires en castillan. Il a anisi rassemblé plusieurs astronomes à Tolède pour compiler des ensembles de tables. Plusieurs de ces textes ont ensuite été traduits en latin, en restant associés dans l'esprit des copistes plus tardifs au nom d'Alphonse et à la ville de Tolède, sa capitale.

Cb33 — Trouver [le nombre de jours entre deux dates] grâce aux tables

Si tu veux trouver cela par les tables, cherche le nombre des années complètes dans la « ***table pour trouver les jours dans les années assemblées*** », ou le [nombre] inférieur qui s'en approche le plus. Écris [les chiffres que] tu trouves en face sous le titre « 4e », dans l'ordre dans lequel ils sont dans le livre, à savoir le 4e en premier. ¶ Et ensuite le 3e, puis le 2e et, en dernière place, le premier.

Note : Il faut ensuite soustraire le nombre d'années trouvées dans la table au nombre d'années cherché, puis rechercher le reste dans la table. (☛ voir l'algorithme de Sacrobsco)

¶ Après cela, entre dans la « ***table pour trouver les jours dans les années étendues*** » avec le reste du nombre des années complètes, et place les titres qui y sont décrits sous ceux qui ont été précédemment extraits, de la même manière, c'est-à-dire les 3e sous les 3e, les 2e sous les 2e, les premiers sous les premiers. Et si l'année était bissextile et que le mois de février est passé, ajoute un jour au titre premier.

¶ Ensuite avec les mois de l'année incomplète, entre dans la « ***table pour trouver les jours dans les mois latins*** », et pose ce qui est en face du titre sous les précédents, c'est-à-dire les 2e sous les 2e et les premiers sous les premiers. Pose également le nombre de jours du mois incomplet sous les primes, qui dans l'ordre sont les derniers, sous le titre « premier ».

Note : Le calendrier que nous utilisons aujourd'hui a été réformé en 1582. Si on utilise le nouveau calendrier, on soustrait :
15/09/1582–28/02/1700 : -10 j
01/03/1700–28/02/1800 : -11 j
01/03/1800–28/02/1900 : -12 j
01/03/1900–28/02/2100 : -13 j

Tout cela doit être rassemblé en un : en commençant par le titre des primes, rassemble tout ensemble dans les primes. Et pour chaque nombre de soixante collecté à cet endroit, place une unité sous les secondes et ce qui reste au delà de 60, écris-le en dessous de lui. ¶ Fais de même pour les secondes : pour chaque nombre de soixante pose une unité sous les tierces, et ce qui reste place le en-dessous du reste comme ordonné pour le titre des primes. ¶ Fais de même pour les autres, garde le reste qui est écrit en bas pour la racine des années du Seigneur Christ.

¶ Si tu veux trouver le nombre de jours dans la racine, **multiplie** le nombre de la quatrième colonne par 60, et ajoute le nombre ainsi obtenu à la troisième colonne. ¶ **Multiplie** encore le résultat de cette somme par 60, et ajoutez le résultat à la deuxième colonne, que tu **multiplies** à nouveau par 60. Et en ajoutant ce produit au nombre de jours dans la première colonne, tu obtiens le nombre de jours dans les années du Christ. ¶ Si tu **divises** ce nombre par 7, et que le reste de la division moins 1 correspond au jour de la semaine, alors tu as vérifié que tout a été bien fait.

Procédure pour calculer le nombre de jours
(résumé)

1. Choisir une date dans le calendrier, et la noter en haut de sa feuille.

2. Calculer le nombre de jours entre le début du calendrier et le début de l'année.

2.1. Dans la colonne la plus à gauche de la table (en rouge, voir verso),
chercher le nombre qui se rapproche le plus du nombre d'années recherché.

2.2. Sur sa feuille, recopier le nombre trouvé et les 4 premières colonnes qui se trouvent en face.

2.3. Soustraire le nombre trouvé au nombre d'années recherché (voir le texte de Sacrobosco).

2.4. Répéter l'étape (2.1) avec le résultat, jusqu'à obtenir un reste inférieur à 28.
À chaque fois, on recopie les lignes de la table les unes en dessous des autres.

2.5. Lorsqu'il reste moins de 28 années à compter, chercher ce nombre dans la colonne du milieu.
Recopier sur sa feuille la ligne qui se trouve en face du nombre, sous les lignes précédentes.

3. Calculer le nombre de jours écoulés depuis le début de l'année

3.1. Dans la dernière partie du tableau, chercher la ligne du dernier mois terminé avant la date.
Recopier sur sa feuile les deux nombres qui se trouvent en face, sous les lignes précédentes, en alignant le nombre de droite avec la colonne la plus à droite.

3.2. Dans une nouvelle ligne en bas de la dernière colonne,
on note le nombre de jours écoulés depuis le début du mois.

4. Additionner

4.1 Additionner les nombres de la colonne de droite. Si la somme fait plus que 60,
ajouter une retenue dans la colonne située directement à gauche. Noter le reste en bas.

4.2. Répéter l'étape (4.1) pour la colonne située à gauche, et noter le reste dans la même ligne.

5. (Bonus) Convertir

5.1. Multiplier le nombre de la colonne de gauche par 60 (voir le texte de Sacrobosco).

5.2. Ajouter le résultat au nombre situé dans la colonne directemnet à droite.

5.3. Répéter l'étape (5.1) jusqu'à arriver à la colonne la plus à droite.

6. (Bonus) Le 1 janvier de l'an 1 était un samedi (Sabbath). Si on divise le nombre de jours écoulés depuis le samedi 1 janvier de l'an 1 par 7, on a le nombre de semaines écoulées. Le reste de la division du nombre de jours - 1 par 7 nous donne le jour de la semaine (dimanche = 0, lundi = 1, …).

Exemple : nombre de jours entre le 29 octobre 1327
et le 1 janvier 1

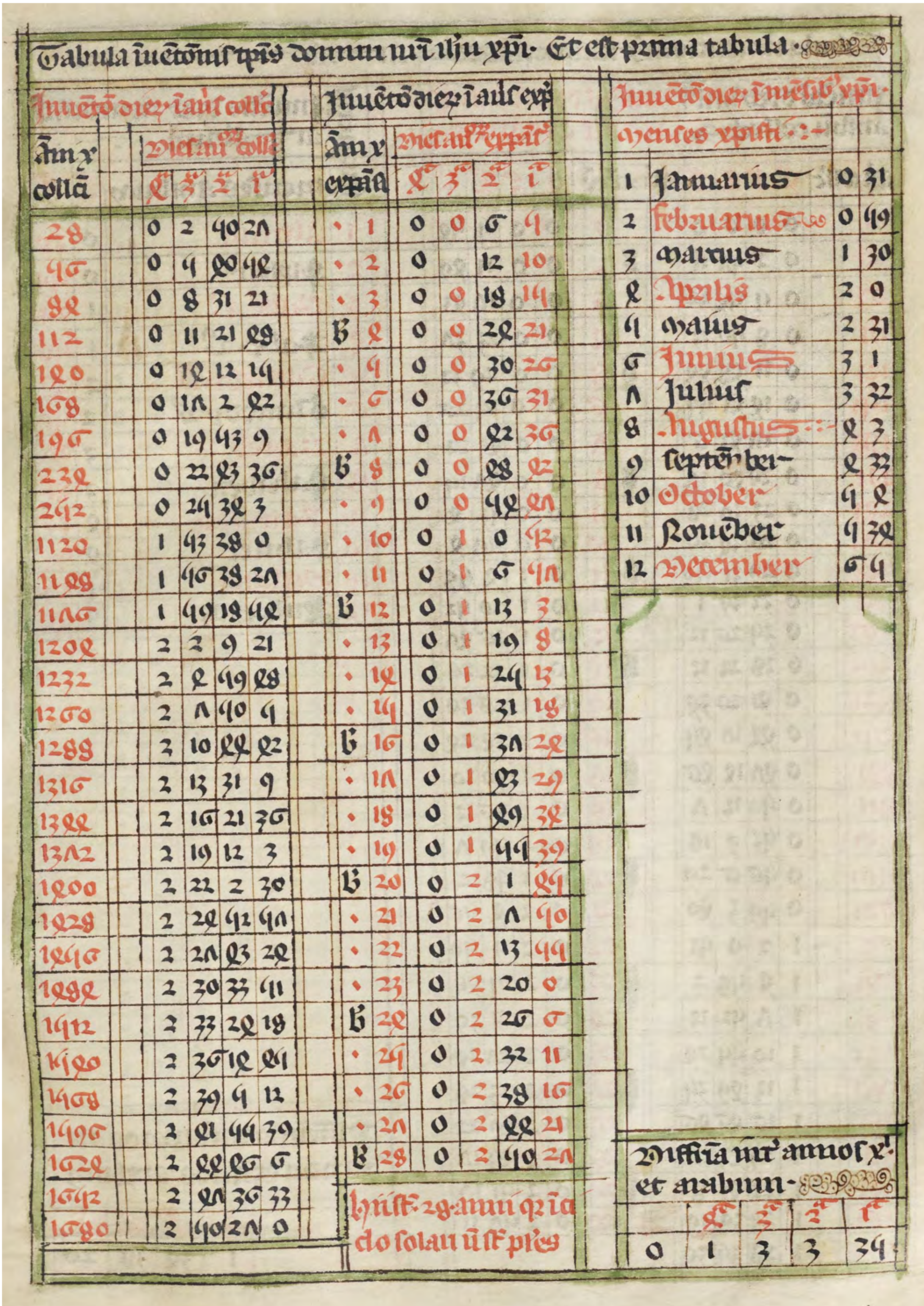
Nombre d'années / mois	4e	3e	2e	pe
Dans la 1e colonne, on lit : 1316	2	13	31	9
1326 - 1316 = 10 + 10	0	1	0	52
Septembre			4	33
+ 28 jours				28
Total	2	14	37	2
	2×60+14 = 134			
	(134×60) + 37 = 8 077			
	(8 077 × 60) + 2 = **684 622**			

Attention :
Après le 14 octobre 1582, appliquer la correction du calendrier Grégorien !

684 622 - 1 = 69 231×7 + 0 :
Le 29 octobre 1327 était donc un dimanche.

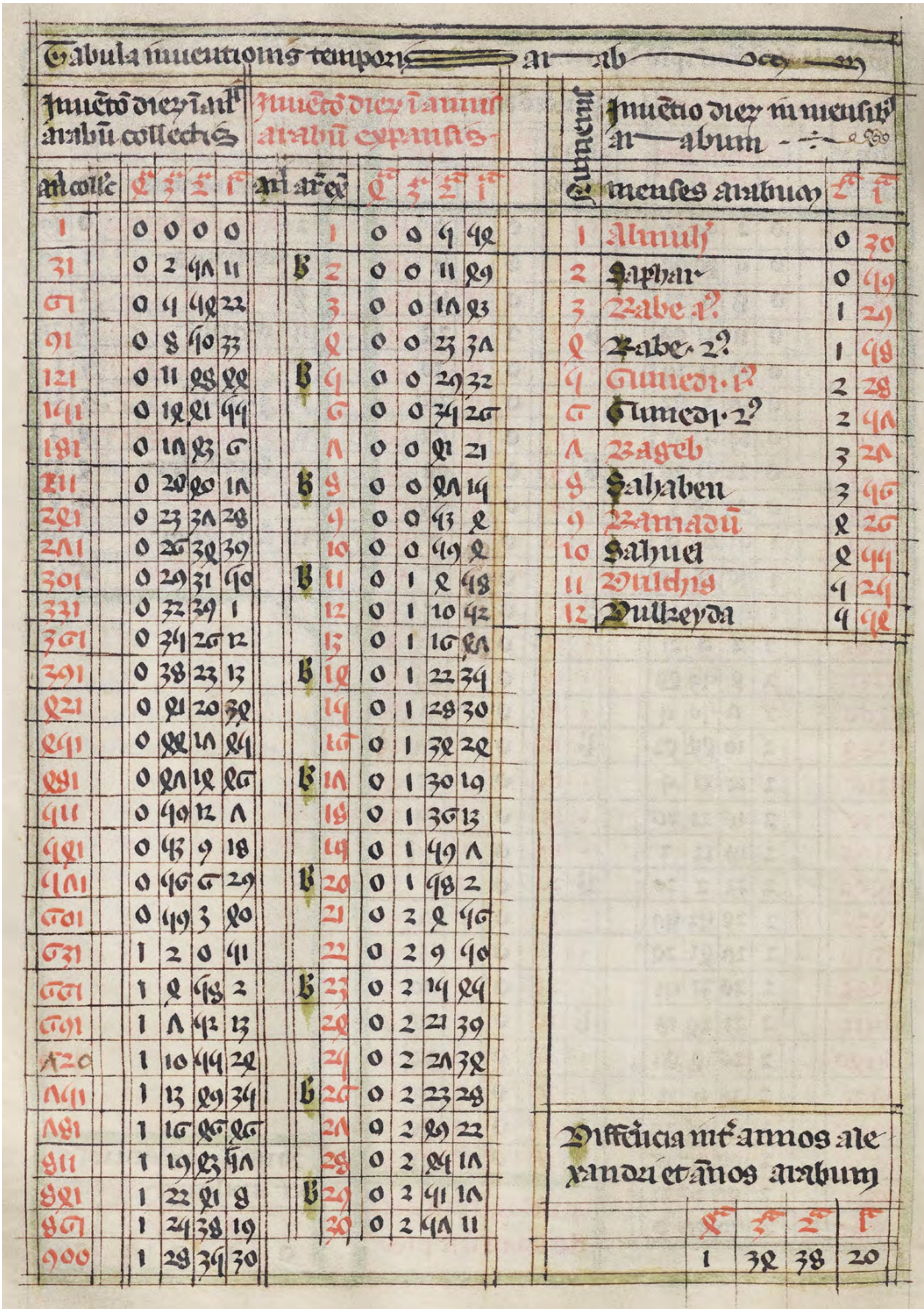
Calculer le nombre de jours écoulés depuis le début du calendrier « chrétien »

Paris, Bibliothèque Sainte Geneviève, Ms 1043, f. 99r



Calculer le nombre de jours écoulés depuis le début du calendrier « arabe »

Paris, Bibliothèque Sainte Geneviève, Ms 1043, f. 99v



Tabula inventionis temporis arabum

Inventio dierum in annis arabum collectis

anni collecti	4a	3a	2a	1a
1	0	0	0	0
31	0	2	57	11
61	0	5	54	22
91	0	8	50	33
121	0	11	48	44
151	0	14	41	55
181	0	17	43	6
211	0	20	40	17
241	0	23	37	28
271	0	26	34	39
301	0	29	31	50
331	0	32	29	1
361	0	35	26	12
391	0	38	23	13
421	0	41	20	34
451	0	44	17	45
481	0	47	14	46
511	0	50	12	7
541	0	53	9	18
571	0	56	6	29
601	0	59	3	40
631	1	2	0	51
661	1	4	58	2
691	1	7	52	13
720	1	10	54	24
751	1	13	49	35
781	1	16	46	46
811	1	19	43	57
841	1	22	41	8
871	1	25	38	19
900	1	28	35	30

Inventio dierum in annis arabum expansis

	anni arabum expansi	4a	3a	2a	1a
	1	0	0	5	54
B	2	0	0	11	49
	3	0	0	17	43
	4	0	0	23	37
B	5	0	0	29	32
	6	0	0	35	26
	7	0	0	41	21
B	8	0	0	47	15
	9	0	0	53	4
	10	0	0	59	4
B	11	0	1	4	48
	12	0	1	10	42
	13	0	1	16	47
B	14	0	1	22	35
	15	0	1	28	30
	16	0	1	34	24
B	17	0	1	30	19
	18	0	1	36	13
	19	0	1	49	7
B	20	0	1	48	2
	21	0	2	4	56
	22	0	2	9	50
B	23	0	2	14	44
	24	0	2	21	39
	25	0	2	27	34
B	26	0	2	23	28
	27	0	2	39	22
	28	0	2	44	17
B	29	0	2	41	17
	30	0	2	57	11

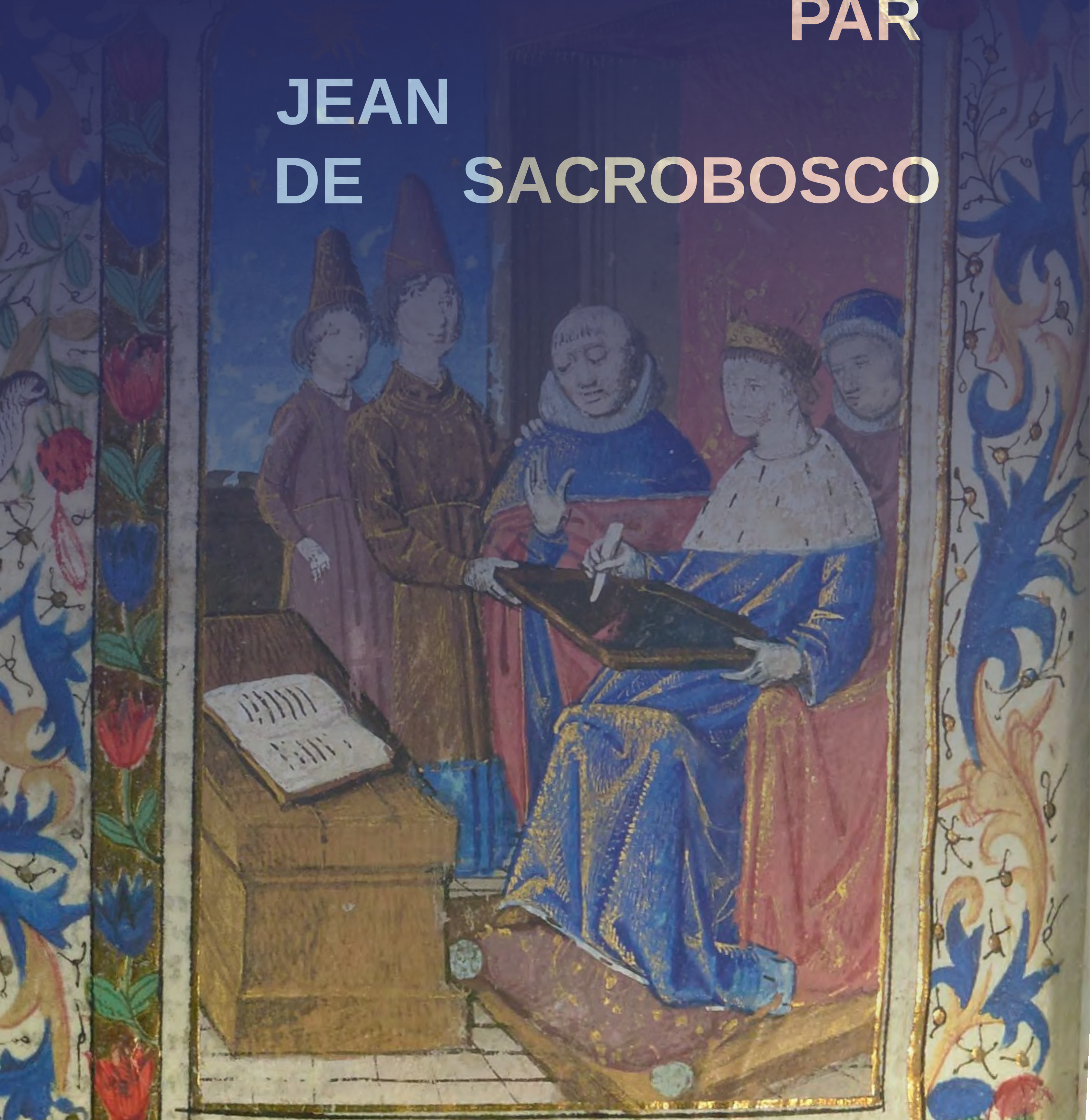
Inventio dierum in mensibus arabum

Numerus	Menses arabum	2a	1a
1	Almuh	0	30
2	Saphar	0	59
3	Rabe 1us	1	29
4	Rabe 2us	1	58
5	Gumedi 1us	2	28
6	Gumedi 2us	2	57
7	Rageb	3	27
8	Sahaben	3	56
9	Ramadan	4	26
10	Sahuel	4	55
11	Dulchis	5	25
12	Dulheyda	5	54

Differencia inter annos alexandri et annos arabum

4a	3a	2a	1a
1	34	38	20

L'ALGORISMUS PAR JEAN DE SACROBOSCO



Paris, Bibliothèque nationale de France, Latin 7432, f. 238v

L'*Algorismus* de Jean de Sacrobosco

Il nous manque beaucoup d'informations sur la biographie de Jean de Sacrobosco, l'auteur de ce texte. Son nom nous indique qu'il vient d'une région boisée (*Sacer boscus* signifie « bois sacré »), probablement en Angleterre… On sait qu'il a enseigné à l'université de Paris dans la première moitié du XIII^{e} siècle. Il est l'auteur de nombreux textes de mathématiques et d'astronomie en latin, qui se sont rapidement imposés comme des références incontournables pour l'enseignement.

L'*Algorismus* est l'un des premiers textes composés par Jean de Sacrobosco. Rédigé vers 1225, il s'agit d'un traité d'arithmétique qui explique comment réaliser des additions, soustractions, multiplications, divisions, et extractions de racines. Le titre « algorismus » correspond à une translittération du nom de l'astronome al-Khārizmī (الكوارِزمي). Au IX^{e} siècle, al-Khārizmī avait en effet rédigé à Baghdad un traité de calcul « indien » en langue arabe aujourd'hui disparu. Le texte d'al-Khārizmī, traduit en latin dès le XII^{e} siècle, présente de nombreuses similarités avec celui de Sacrobosco.

À partir du XIII^{e} siècle, le texte de Sacrobosco s'impose comme une référence incontournable pour l'enseignement des mathématiques dans les universités du Nord de l'Europe. Les programmes officiels le citent souvent pour définir le socle minimum des connaissances qu'un·e étudiant·e doit savoir mobiliser en arithmétique avant d'accéder aux facultés suppérieures. Le manuscrit de la bibliothèque Sainte Geneviève commence par ce texte. Il est suivi par plusieurs autres textes de Sacrobosco (notamment un *Traité sur la Sphère* et un texte sur le calcul de la date de Pâques).

L'image de gauche est tirée d'un manuscrit copié à Belleperche pour le compte du duc Jean II de Bourbon (1426–1488). Le manuscrit a été commandé par le médecin Conard Heingarter (fl. 1440–1488), et contient un ensemble de textes nécessaires pour faire des études à l'université.

L'illustration apparaît au début de la section dédiée aux tables de clacul. On y voit une personne (peut-être le duc) écrire sur une ardoise, sous la dictée d'un clerc, en face d'un livre ouvert.

De la soustraction

La soustraction c'est, pour deux nombres donnés, la recherche de l'excès du plus grand sur le plus petit. ¶ Autrement dit, la soustraction est l'action d'enlever un nombre d'un autre pour voir ce qui reste. […]
¶ Dans la soustraction, deux nombres sont nécessaires : le nombre duquel on doit soustraire, et le nombre à soustraire (substrahendus). ¶ Le nombre duquel on doit soustraire doit être écrit dans la ligne du dessus, dans l'ordre qui lui est propre. ¶ Le nombre à soustraire doit être écrit en dessous, dans son propre [ordre], de telle manière que le premier [chiffre] se trouve sous le premier, le second sous le second, et ainsi de suite.

¶ Soustrais donc le premier [chiffre] du dessous du chiffre qui se trouve au dessus de lui. Et ce dernier sera soit égal, soit supérieur, soit inférieur.

¶ S'il est égal, on l'efface et on met un zéro à sa place afin que les chiffres suivants ne perdent pas de valeur.

¶ S'il est supérieur, alors lui retranche autant d'unités que contient le chiffre d'en dessous, et on met ce qui reste à sa place.

¶ S'il est inférieur, un plus grand nombre ne peut pas être soustrait d'un plus petit. On emprunte alors une unité au chiffre juste après, qui vaut 10 par rapport au précédent. ¶ De cette dizaine ainsi obtenue, ajoutée au chiffre duquel on devait soustraire, on retranche le chiffre d'en-dessous, et on place le reste à la place du chiffre effacé.
¶ Mais si le chiffre auquel il faut emprunter une unité est lui-même l'unité, on l'efface et on met un zéro à sa place afin que les chiffres suivants ne perdent pas leur valeur. ¶ Puis on procède comme auparavant.
¶ Si en revanche le chiffre auquel il faut emprunter une unité est zéro, on se déplace jusqu'au chiffre significatif le plus proche, et on emprunte une unité à ce chiffre. Et en revenant en arrière on place un 9 dans la position de chaque zéro traversé. ¶ Ainsi lorsqu'on atteint enfin le chiffre dont on s'occupe, il te restera la dizaine issue de la dizaine [précédente], et ainsi de suite. […]

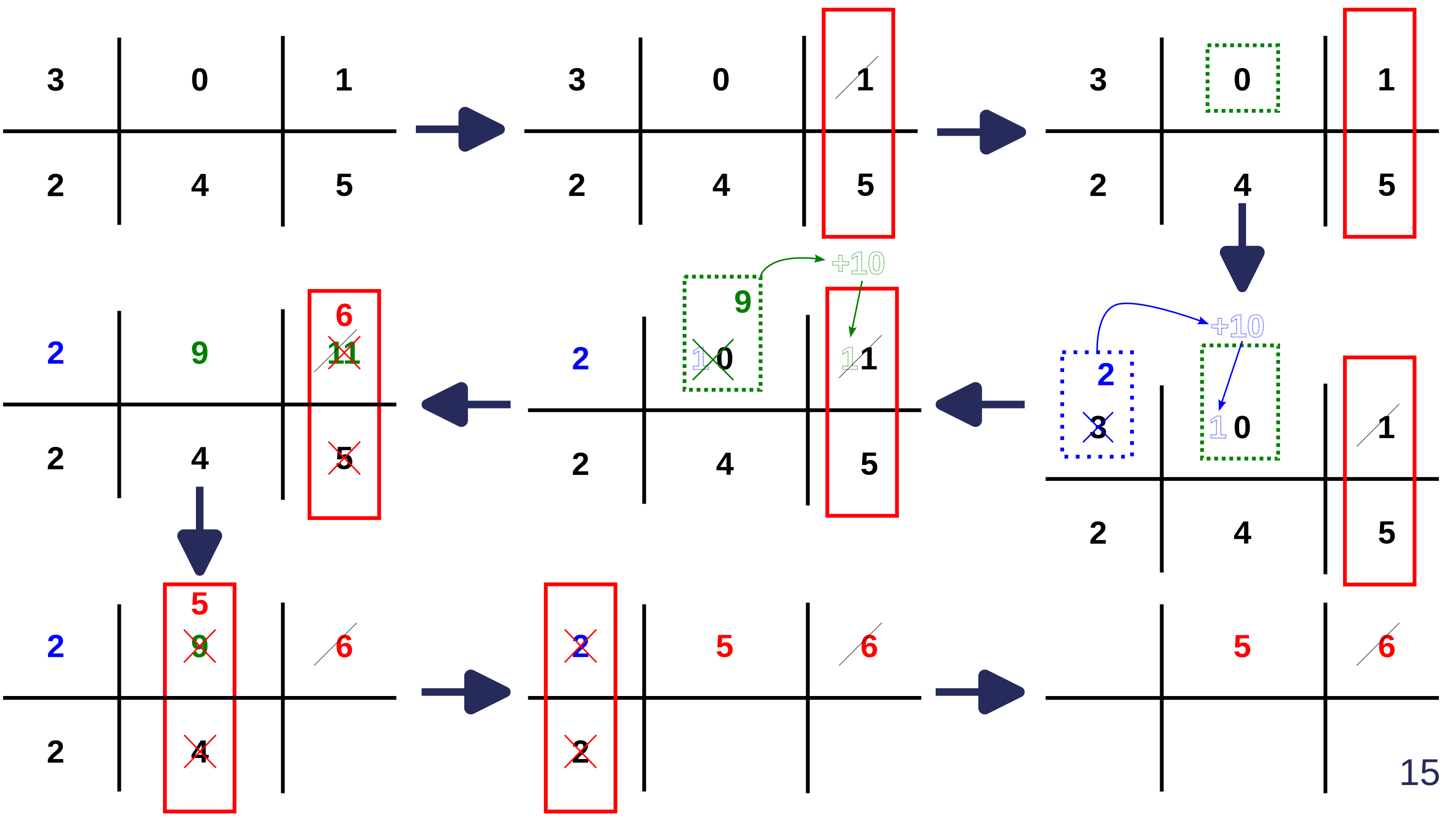
¶ Cela fait, on soustrait le second chiffre du rang inférieur à celui qui est au-dessus et on procède comme avant. […]

¶ Si tu veux vérifier si tu as bien fait, ajoute aux chiffres supérieurs ceux que tu as soustraits : si le calcul est correct, tu retrouveras les mêmes chiffres que ceux du début. ¶ De même, dans l'addition, lorsque tu as additionné tous les chiffres, si tu retranches ceux que tu as ajoutés, tu retrouveras les mêmes chiffres que tu avais au départ, si tu as fait correctement : en effet, la soustraction sert à vérifier l'addition, et vice versa.

Calculer la différence entre deux nombres
(résumé)

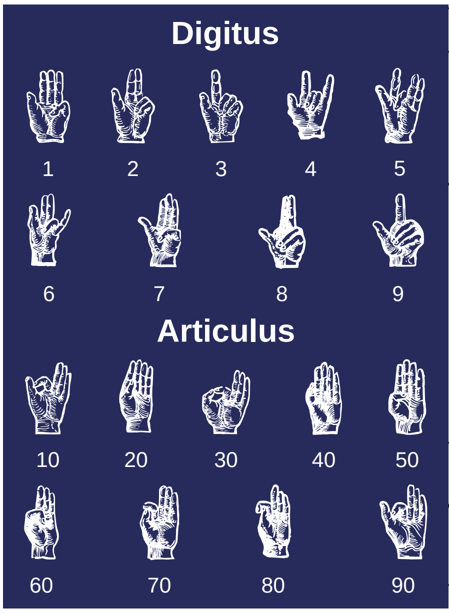
1. Sur une ardoise, tracer une grille avec deux lignes.
2. Dans la première ligne, écrire le nombre duquel on soustrait,
en plaçant un chiffre dans chaque colonne.
3. Placer le nombre à soustraire sous le nombre duquel on soustrait.
4. En commençant par la colonne la plus à droite,
soustraire au chiffre du haut le chiffre du bas.
a. Si le chiffre du haut est plus grand que le chiffre du bas,
4.a.1. Compter la différence entre le chiffre du haut et le chiffre du bas.
4.a.2. Effacer le chiffre du haut et écrire la différence à la place.
4.a.3. Effacer le chiffre du bas.
b. Si le chiffre du bas est plus grand que le chiffre du haut,
emprunter une unité au chiffre immédiatement à gauche :
4.b.1. Regarder le chiffre immédiatement à gauche du chiffre du haut.
a. Si c'est un 0, ***emprunter une unité*** au chiffre à sa gauche
en répétant les opérations (4.b.1) à (4.b.3).
b. Sinon, effacer le chiffre et le remplacer par le chiffre inférieur :
Si c'est un 1, on l'efface et on écrit 0,
Si c'est un 2 on l'efface et on écrit 1, etc.
4.b.2. L'unité empruntée au chiffre de gauche vaut 10 dans la colonne de départ.
Ajouter +10 dans la case de départ.
4.b.3. Le nombre du haut est maintenant plus grand que le nombre du bas.
5. Répéter l'opération avec la colonne située directement à gauche, jusqu'à la dernière colonne.

Exemple : 301 - 245



De la multiplication

¶ La multiplication […] c'est, deux nombres étant donnés, la recherche un troisième [nombre] qui contient autant de fois le premier que le second contient d'unités. ¶ Dans la multiplication, deux nombres sont nécessaires, à savoir le nombre à multiplier (multiplicande) et le nombre qui multiplie (multiplicateur). […]



Images : Bede Le Vénérable, *Abacus atque vetustissima*. Ratisbonne : Hans Kohl, 1532 (Exemplaire : Munich, Bayerische Staatsbibliothek, Res/4 Graph 83, sig. B1r–B2v.)

¶ Il y a six règles pour la multiplication :

[1.] Lorsqu'un digitus multiplie un digitus, la différence entre le plus grand digitus et dix doit être soustraite de l'articulus correspondant au plus petit digitus, autant de fois que la valeur à calculer. ¶ Par exemple, si tu veux connaître combien font 4 fois 8, regarde […] combien il y a d'unités entre 8 et 10. Il est clair qu'il y en a deux. Soustrais le donc quatre fois de 40, et il reste 32. C'est le résultat.

[2.] Lorsqu'un digitus multiplie un articulus, le digitus doit être [multiplié par] le digitus par lequel cet articulus est désigné. Toute unité vaudra alors 10 digitus, et tout articulus équivaudra à 100.

[3.] Lorsqu'un digitus multiplie un nombre composé, il faut le multiplier par chaque partie du nombre composé, c'est-à-dire le digitus par le digitus selon la première règle, et par l'articulus selon la deuxième règle. Après cela, on additionne les produits et on obtient le résultat total.

[4.] Lorsqu'un articulus multiplie un articulus, il faut multiplier le digitus par lequel il est désigné par le digitus par lequel l'autre est désigné. Chaque unité vaudra 100 et chaque dizaine 1000.

[5.] Lorsqu'un articulus multiplie un nombre composé, il faut multiplier le digitus de l'articulus avec chaque partie du nombre composé, et combiner les produits, et la somme totale apparaîtra.

[6.] Lorsqu'un nombre composé multiplie un nombre composé, il faut multiplier chaque partie du nombre multiplicateur par chaque partie du nombre multiplicande. […]

¶ Si tu veux multiplier un nombre par un autre, écris le multiplicande dans ses propres cases sur la ligne supérieure, et le multiplicateur dans la ligne inférieure de sorte que le premier chiffre soit sous le premier chiffre d'au-dessus. ¶ Cela fait, il faut multiplier le dernier chiffre du multiplicateur par le premier chiffre du nombre à multiplier. ¶ Il en résulte alors, soit un digitus, soit un articulus, soit un nombre composé. ¶ Si c'est un digitus, écris-le au-dessus à la place du chiffre du multiplicande d'où le digitus est issu. ¶ Si c'est un articulus, écris un zéro sur le chiffre du multiplicande et reporte l'articulus directement à sa gauche. ¶ Si c'est un nombre composé, écris le digitus […] à la place du digitus du multiplicande, et reporte l'articulus comme précédemment. […]

Calculer le produit d'un nombre par 60
(résumé)

1. **Sur l'ardoise, écrire le nombre à multiplier sur la ligne du haut.**

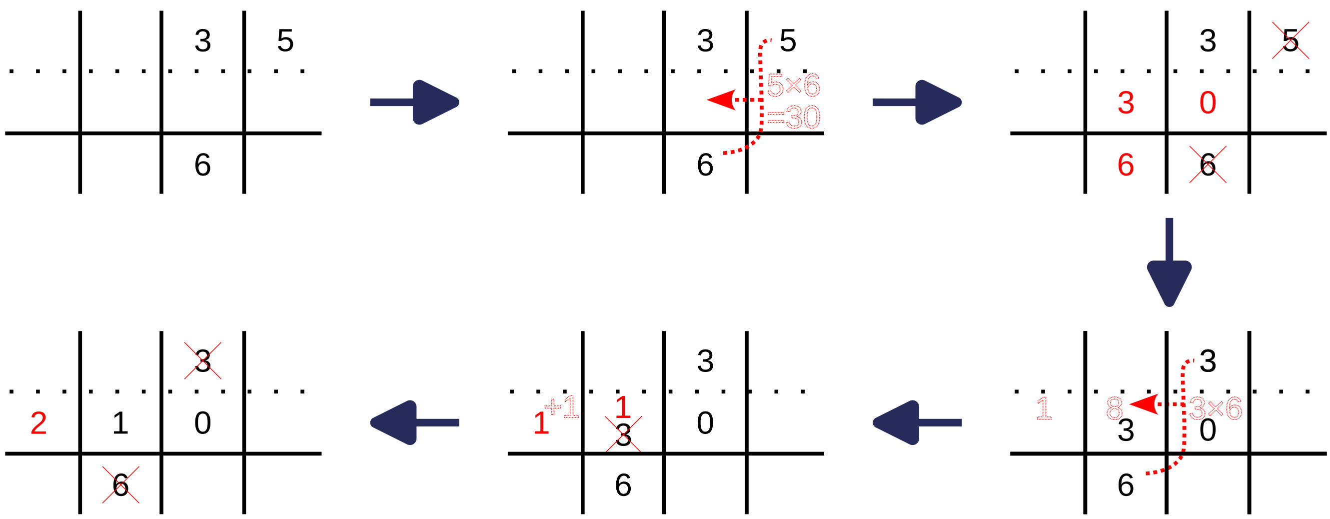
2. **Poser le « 6 » de « 60 » dans la ligne du bas,**
   dans la deuxième colonne en partant de la droite.

3. **Multiplier le chiffre le plus à droite par 6.**
   Écrire le résultat en dessous de ce chiffre, en se décalant d'une colonne vers la gauche.

4. **Effacer le chiffre que l'on vient de multiplier,**
   et décaler le 6 d'une colonne vers la gauche.

5. **Recommencer l'opération jusqu'à avoir multiplié tous les chiffres du haut.**
   S'il faut écrire un chiffre du résultat dans une case où il y a déjà un chiffre,
   additionner les nombres (en faisant la retenue si nécessaire).

Exemple :
35 × 60 (6 dizaines)



35×60 = 2100

Diviser un nombre par un autre

Traduction de l'*Algorismus* de Jean de Sacrobosco

Source : Paris, Bibliothèque Sainte Geneviève, Ms 1043, f. 3r

De la division

La division d'un nombre par un autre c'est, deux nombres étant donnés, répartir le plus grand en autant de parties qu'il y a d'unités dans le plus petit. ¶ Il faut donc noter que, dans la division, trois nombres sont nécessaires, à savoir le nombre à diviser (dividendus), le nombre qui divise (dividens) — ou diviseur —, et un nombre qu'on appelle le « combien de fois » (quotiens), qui est le résultat. […] ¶ Si donc tu veux diviser un nombre par un autre, écris le nombre à diviser dans la ligne supérieure, disposé selon ses positions. ¶ Place le diviseur en-dessous, également selon ses positions, de sorte que le dernier chiffre du diviseur se trouve sous le dernier chiffre du dividende, l'avant-dernier sous l'avant-dernier, et ainsi de suite, si cela est possible. […]

¶ Une fois ces dispositions prises, il faut commencer à opérer à partir du dernier chiffre du diviseur. Il faut alors voir combien de fois ce dernier peut être soustrait au chiffre supérieur de sorte qu'à chaque fois on puisse soustraire le résultat au-dessus de lui, et le reste s'il y a un reste. […] ¶ Après avoir vu combien de fois le chiffre de la ligne inférieure peut être soustrait à celui de la [ligne] supérieure, il faut écrire le nombre que l'on appelle « combien de fois » (quotiens) directement au-dessus de ce chiffre sous lequel était le premier chiffre du diviseur. Et par cette méthode, tous les chiffres de la ligne inférieure sont soustraits aux chiffres de [la ligne] supérieure.

¶ Une fois cela fait, il faut décaler les chiffres du diviseur d'une position vers la droite, et procéder comme auparavant. ¶ Mais, si après avoir décalé, il se trouve que l'on ne peut pas soustraire le dernier chiffre du diviseur du chiffre qui est au-dessus de lui, alors il faut écrire un zéro dans la ligne du quotient, et décaler les chiffres comme auparavant. ¶ De même, partout où il arrive que le diviseur ne puisse pas être soustrait, on doit mettre un zéro et décaler les chiffres.
¶ Il ne faut pas cesser, ni de reporter le nombre dénotant « combien de fois » il y a le diviseur, ni de soustraire le diviseur, tant que le premier chiffre du diviseur n'a pas été soustrait au premier chiffre du dividende. ¶ Une fois cela fait, il restera, soit quelque chose, soit rien. S'il reste quelque chose, il doit être mis de côté et écrit en marge de la table, et ce sera toujours inférieur au diviseur. […]

¶ Lorsque la division a ainsi été effectuée, si tu veux vérifier que tu as bien opéré, multiplie le quotient par le diviseur, et tu retrouveras les mêmes chiffres qu'au départ, si rien n'a été laissé au reste. ¶ S'il y a un reste, alors en l'ajoutant au produit tu retrouveras à nouveau les mêmes chiffres qu'au début.

Ainsi, la multiplication sert de preuve à la division, et réciproquement. En effet, la multiplication faite, le produit est à nouveau divisé par le multiplicateur, les chiffres du multiplicande reparaîtront dans le quotient.

Calculer le quotient—et le reste—entre deux nombres
(résumé)

1. Écrire le dividende dans la ligne du haut, en laissant un espace au-dessus.

2. Écrire le diviseur dans la ligne du bas, aligné à gauche avec le nombre du dessus.

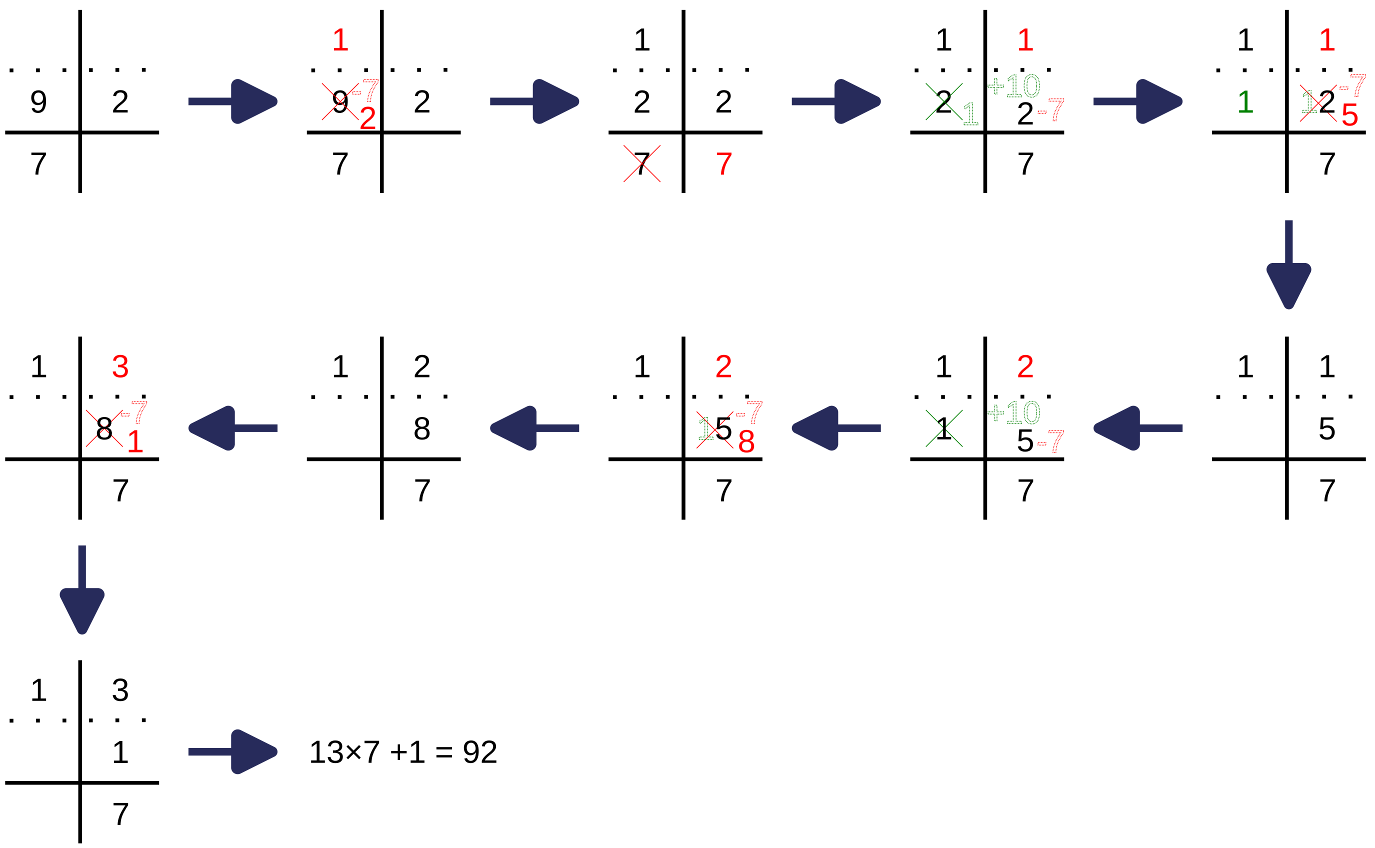
3. Si c'est possible, effectuer la soustraction par effacement (voir texte précédent).
Noter au-dessus du chiffre combien de fois la soustraction a été faite.

4. Répéter la soustraction par effacement autant de fois que c'est possible.
Augmenter à chaque fois le nombre de fois où la soustraction à été faite.

5. Lorsque la soustraction n'est plus possible,
décaler le diviseur d'une colonne vers la droite.
Répéter l'opération jusqu'à ce que le diviseur soit sur la colonne la plus à droite.

6. Le nombre dans la colonne du haut est le quotient.
Le nombre qui reste au mileu est le reste de la division.
Si on le souhaite, on peut exécuter la procédure de la multiplication décrite précédemment, pour revenir au point de départ.

Exemple : division de 92 par 7



POUR ALLER PLUS LOIN :

- Clément Cartier, « Calculer avec des tables du XIIIe siècle », ***Découverte*** n°451 (janvier–mars 2026)

- Clelia Crialesi et Clément Cartier, « Comment calculait-on au Moyen Âge ? » Canal U, 11 octobre 2025

- Emmanuel Poulle, ***Les tables alphonsines avec les canons de Jean de Saxe***. Paris : Éditions du CNRS, 1984.

- Charlotte Pollet, « Comment faire une division en Chine », ***Tangente***, Hors série 96 (novembre 2025)

- Karine Chemla, « Calculent-ils comme nous ? » L'histoire n°300 (juillet–août 2005)

Textes cités :

- Anonyme, ***Règles d'Azarchiel pour les Tables de Tolède*** (canons « Cb ») ~ XIIIe siècle
  Voir Fritz S. Pedersen, *Toledan Tables : a review of the manuscripts and the textual versions with an edition*. Copenague : Reitzel, 2002 (anglais/latin)
  + Paris, Bibliothèque Sainte Geneviève, Ms 1043, ff. 81^r–98^v
- Jean de Sacrbosco, ***Algorismus*** ~ XIIIe siècle
  Voir James O. Halliwell-Philipps, *Rara mathematica : a collection of treatises on the mathematics and subjects connected with them, from ancient inedited manuscripts.* Londres : Parker, 1839 (latin)
  + Paris, Bibliothèque Sainte Geneviève, Ms 1043, ff. 1^r–4^v

Traductions : Clément Cartier et Clelia Crialesi

Crédits photographiques :
- Paris, *Bibliothèque Sainte Geneviève*, Ms 1043, ff. 1r, 35v, 99r-v,
- Paris, Bibliothèque nationale de France, Latin 7432, f. 238v,
- El Escorial, Real Biblioteca del Monasterio de El Escorial, T-I-6, f. 65r,
- Munich, *Bayerische Staatsbibliothek*, Res/4 Graph 83, sig. $B1^r$–$B2^v$.

Université Paris Cité
SPHERE Sciences • Philosophie • Histoire
Palais DÉCOUVERTE
universcience

Calcul du nombre de jours entre le et le 1 janvier 1

Chercher le nombre de jours contenus
dans un certain nombre d'années ou de mois

Nombre d'années / mois	4^e	3^e	2^e	p^e						